

砂地形の非線形動力学

Dynamics of Sand Topographies

代表研究者 茨城大学理学部数理科学科助教授 西森 拓

Dept. of Mathematical Science, Ibaraki Univ., Mito, 310, Japan
Hiraku NISHIMORI

A simple computational model is proposed which reproduces various aspects of the complex dynamics of dunes. With the aid of the model the formation process of barchan dunes, the evolution process from a barchan dune to a seif dune, the network-dunes formation under time-dependent directional winds, etc. are described. Although this model may in certain respects be oversimplified, it has a potential to enable us to extract the essential rules from the vast sea of numerous factors which contribute to the rich dynamics of desert dunes.

研究目的

砂の豊富な海岸および大陸内部の乾燥地帯には、砂で構成された大規模な丘陵が存在し、これらは一般に砂丘と呼ばれている。砂丘のパターンは非常に多様であり、代表的なものだけでバルハン砂丘、セイフ砂丘、星形砂丘、ドーム砂丘など10種類以上におよぶ。規模は小規模のもので10m程度、大規模なもので1km以上の水平方向への広がりを持っている。砂丘の形状は、卓越風によって表面付近の砂が移動することにより変化していく。具体的には、まず、砂丘表面付近において卓越風が砂に応力をおよぼし、その結果として表面砂が移動を始め、やがてサルテーションとよばれる10cm規模のジャンプが発生し、このジャンプの連鎖により、表面付近の粒子が次々と風下に移動していく。結果として、砂丘全体が漸進していく。砂丘の運動を理解する上で、まず、解決すべき問題は、応力と表面砂の移動量の関係、砂丘のプロファイルを境界条件とした、卓越風の分布の問題などであ

る。前者の応力-輸送量の関係については、Bagnold(1941)の関係を始めとして、いくつかのモデルが提出されているが、実際の砂丘では、砂表面の傾斜に伴う重力の影響の取扱や、最大応力の位置と最大輸送の位置がずれるという空間遅れの効果など、未解決の問題が多い。一方、後者の、卓越風のプロファイルを求める問題は、境界条件(砂丘の形状)に対して卓越風自身が影響を与えるという関係のため、高次の非線形効果が無視できない。例え、砂丘の動きが卓越風の時間変化にくらべて十分遅いという、一種の断熱近似を使ったとしても、砂丘の風下に剥離が発生した場合は、卓越風のプロファイルが定常性に落ち着かない場合が多い。さらに、現実的には、季節によって変化する風向きの影響、砂地の深さ、表面付近の植生など非常に他の多くの要素が混入し、これらすべての要素と砂丘の運動の因果関係の特定は大きな困難をともってきた。

今回の研究では、砂丘の複雑な動力学を解釈する手段の一つとして、実際の乾燥地

帯で見られる様々な形状の砂丘の形成過程を再現する数値模型を構築し、その模型により、砂丘の生成過程、移動過程、および孤立砂丘の運動、孤立砂丘同志の合体、砂丘の形状を決定する機構などを検討してきた。また、模型作成の過程でどのような要素が砂丘の運動を強く支配しているかを明らかにし、砂丘の複雑な運動を簡単な数理模型によって解析し得る可能性を示した。

研究経過

以下、我々の模型の概要を説明する。まず、個々の砂の粒子に比べて十分大きいサイズをもった領域を unit cell とする $N \times N$ の正方格子 $\{(i, j) \mid 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N\}$ を構成する。ここで格子全体の大きさは着目する砂丘と同等以上に設定する。次に、各 cell に、(cell 内の砂丘面の平均高さ)-(系全体での砂丘面の平均高さ)を表す変数 $h_n(i, j)$ を割り当てる。ここで n は時間ステップ。以下、砂丘面付近での砂の移動を 2 段階にわけて模型化する。

I. 上で与えられた正方格子上に i 方向に風を吹かせ、 (i', j) から距離 L のジャンプを行い、 (i', j) 中の砂が、量 q だけ $(i'+L, j)$ に移動するものとする。その結果として (i, j) の高さは、

$$h_{n+1}(i, j) = h_n(i, j) + \sum_{(i', j)} q_n(i', j) (\delta_{i'+L, n}(i', j), i} - \delta_{i', i}) \quad (1)$$

となる。(δ はクロネッカーのデルタ。) ただし、ジャンプの距離 L 、および、砂の移動量 q は、 (i', j) における砂丘の局所的傾きに、次のように依存する。

$$L_n(i', j) = \alpha(\tanh(\nabla_i h(i', j)) + 1) \quad (2)$$

$$q_n(i', j) = \beta(-\tanh(\nabla_i h(i', j)) + 1 + \epsilon). \quad (3)$$

ここで、 $\nabla_i h_n(i, j)$ は $h_n(i+1, j) - h_n(i, j)$ 、すなわち風の吹く方向に対する砂丘面の傾斜を表す。また α, β, ϵ は正の整数。(2)(3) の積、すなわち、 (i', j) における砂の移動量 $f = L \times q$ は、孤立砂丘表面付近における観測事実、および simulation 結果³⁾、を反映したものとなっている。具体的には、(i) 孤立砂丘の風上側の砂丘面では箭断応力が大きく (ii) 頂上付近では箭断応力が鋭いピークをもち、(iii) 風下側では極端に風が弱くなる。などの事実を反映している。

II. 上で表した砂の移動ルールは、卓越風による箭断応力に起因する砂の輸送の様子を単純化したものであるが、現実系では、重力によって砂の移動にバイアスがかかると考えられる。そのため、上の過程に加えて、次のように、砂丘面の傾斜に依存した砂の移動を行わせる。

$$h_{n+1}(i, j) = h_n(i, j) + \left[\sum_{(i', j')=NN} j_n^{NN}(i', j' : i, j) + \sum_{(i', j')=NNN} j_n^{NNN}(i', j' : i, j) \right] \quad (4)$$

ここで、NN/NNN は (i, j) の最近接/第 2 近接 cell、また、 $j_n^{NN}(i', j' : i, j)$ は、傾斜に沿った砂の移動、すなわち

$$j_n^{NN}(i', j' : i, j) = \alpha(h_n(i', j') - h_n(i, j)) \quad (5)$$

$$j_n^{NNN}(i', j' : i, j) = \frac{\alpha}{2}(h_n(i', j') - h_n(i, j)). \quad (6)$$

研究成果

計算では 初期に非常に小さい凹凸をもった、ほぼ平坦な砂地形を初期条件として、式 (1) のプロセスと式 (4) のプロセスを交互に繰り返す。また、境界条件として i 方向 j 方向ともに周期境界条件を課す。また、風向きの変動を表すために、 (i', j) にある砂がジャンプした行き先を $(i'+L, j)$ だけ

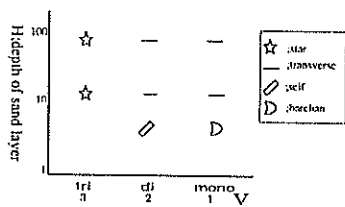


図 1: Types of dunes formed at several points in the control parameters space.

でなく、時間に依存して $(i', j+L)$ や $(i-L, j)$ と変化させた。ここでは、各瞬間における風の向き方向への砂丘面の傾斜である。さらに、砂の量(砂地の深さ)が砂漠地域に依存していることを反映するために、 $h(i, j)$ の下限を設けて、それより下側には、風による侵食が行われないようにした。

計算より次のことが明らかになった;

1. 今回のように非常に単純化したモデルにおいても、砂丘の形成および運動における定性的側面の多くは再現され得る。具体例として、系に現れる砂丘の形状は、系に吹く風の方向の季節変動性、および、系内の砂の量(砂地の深さ)の2つの要素に大きく依存するという観測報告を再現した。今回の計算では、互いに直交する V 種類の方向を持つ風を、系内に逐次吹かせることで(図2 矢印参照)、風の方向の季節変動性を表現し、一方、風によって移動し得る砂地の深さ H を制御変数とすることで、砂漠地帯における地域に依存した砂の豊富さを表現し、 V - H 空間のそれぞれの位置についていかなる形状の砂丘が形成されるのか数値実験を行った。図1は、 V - H 空間でのそれぞれの位置に出現した砂丘の形状に関するダイアグラムである。また図2は数値実験で得られた様々な砂丘の具体的な形状であり、図1中のシンボルマークで表された各領域に対応するものである。図中の濃淡は各場所での砂丘面の高低(濃いほうが高い)

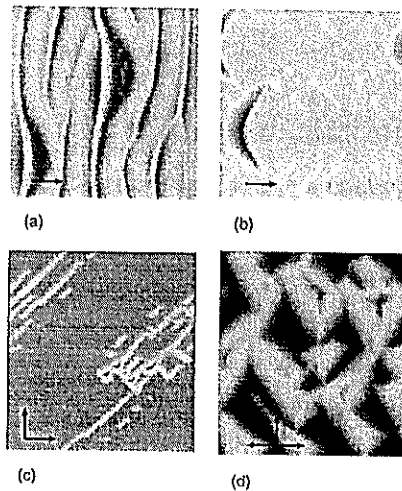


図 2: Various shapes of simulated dunes; (a)transverse dunes, (b)barchan dunes,(c)scif dunes, and, (d)star dunes

を表している。また、図中の矢印は、時間とともに変化する風向きが取り得る方向を表している。

2. 今回の非常に単純化したモデルは、砂丘形成および運動における幾つかの側面を半定量的にも再現し得る。具体例として、2次元の広がり(風向き方向の空間自由度および高さの自由度)をもった系内での孤立砂丘の運動を扱った。砂地が十分浅い場合、系内に発生した孤立砂丘(3次元系でのバールハン砂丘に対応)は安定した形状を保ちながら一定の速度で風下に移動する。このとき砂丘の高さ h と移動速度 v は、ほぼ、 $v = h^{-b}$ ($b=1.25$) の関係を示す(図3)。これは現実系に対する報告($b=1$)⁵⁾に対応している。

今後の課題と発展

以上のように、砂丘の運動や形状の選択など多くの問題に対して、非常に単純化されたモデルが有効となる可能性を示した。本モデルはその単純さゆえ、砂丘同志が相互に絡

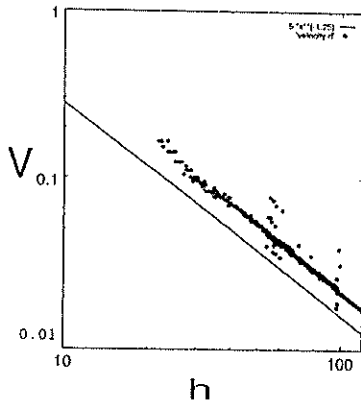


図 3: The relation between velocities v and the heights h for mobile dunes in the 1D simulation. The inclination of solid line is -1.25 .

み合った時間発展、植生が砂丘の時間発展におよぼす影響など、従来は行われてこなかった砂丘の複雑な動力学についての議論を可能にするものと思われる。同時に、比較的単純な非線形模型として、砂丘の動力学に関する解析的議論にも道を開くものと思われる。

発表論文リスト

1. 西森 拓; '風紋と砂丘' 科学、66 p709-714(1997)
2. H.Nishimori, M.Yamasaki, and K.H.Andersen; 'A Simple Model for the Various Pattern Dynamics of Dunes', to appear in J.Mod.Phys B(1997)